Universidad Nacional
de La Matanza

DISTINTOS TIPOS DE ECUACIONES DE UNA FUNCIÓN LINEAL

Apunte teórico

DISTINTOS TIPOS DE ECUACIONES DE UNA FUNCIÓN LINEAL

Hasta ahora hemos trabajado con funciones lineales indicando que una función lineal se refiere a una relación funcional entre dos variables que responde a la fórmula:

$$f(x) = mx + b \quad \text{o} \quad y = mx + b \quad \text{con} \quad m, b \in \Re$$

Establecimos que el gráfico cartesiano de una función lineal es una recta de pendiente *m* y ordenada al origen *b*.

La ordenada al origen es el punto en el que la recta que representa a la función corta al eje *y*. Es el valor que toma "*y*" cuando la "*x*" vale 0. El punto (0; b) pertenece a la función.

La pendiente o razón de cambio indica cómo y cuánto varía la variable dependiente por unidad de variación de la variable independiente. Es el cociente del cambio en *y* (Δy) por el cambio en *x* (Δx)

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Esta forma $y = mx + b$ de escribir la ecuación de una recta se llama forma explícita.

$y = mx + b$	Ecuación explícita de una recta

Prueba con los archivos dinámicos para visualizar cómo cambia la recta, al cambiar la pendiente y la ordenada al origen.

La ecuación de una recta, también puede tomar la forma $Px + Qy + R = 0$ con $P, Q, R \in \Re$ y *P* y *Q* no son simultáneamente nulos, a este tipo de ecuación (generalmente igualada a cero) se la llama forma implícita de la ecuación de una recta.

$P\,x + Q\,y + R = 0$	Ecuación implícita de una recta

Si $Q \neq 0$ es posible despejar la variable "y" en la ecuación y lograr la forma explícita de la función.

$$Px + Qy + R = 0 \qquad Qy = -Px - R \qquad y = -\frac{P}{Q}x - \frac{R}{Q}$$

Que llamando "*m*" a $-\dfrac{P}{Q}$ y "*b*" a $-\dfrac{R}{Q}$ es la ecuación explícita de la recta.

Ejemplo:

La ecuación implícita $2x+3y-7=0$ define en forma implícita una función lineal, para encontrar su ecuación explícita, despejamos la variable " y " :

$$3y=-2x+7 \qquad y=\frac{-2x+7}{3} \qquad y=-\frac{2}{3}x+\frac{7}{3}$$

La forma explícita de una recta es única, en cambio, existen infinitas formas implícitas que definen a la misma recta.

Si multiplicamos una ecuación por cualquier número real distinto de cero, la ecuación que obtenemos tiene el mismo conjunto solución que la original. Por esto, si multiplicamos por un número la ecuación implícita, obtenemos otra ecuación implícita de la misma recta

$$\begin{array}{ccc} & 2x+3y-7=0 & \\ .3\downarrow & & \downarrow .3 \\ & 6x+9y-21=0 & \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} & 2x+3y-7=0 & \\ .(-1/2)\downarrow & & .(-1/2) \\ & -x-\frac{3}{2}y+\frac{7}{2}=0 & \end{array}$$

En los dos ejemplos anteriores, obtuvimos otras dos ecuaciones implícitas de la recta anterior.

Prueba pasar las dos formas implícitas resultantes a la expresión explícita, despejando "y", para notar que se llega a la misma ecuación explícita en ambos casos.

Ejemplo:

Por otro lado, si contamos con la forma explícita de una función lineal, es posible transformarla a la forma implícita, llevando todos los términos de un mismo miembro e igualando a 0.

$$y=\frac{1}{3}x-\frac{5}{2} \qquad -\frac{1}{3}x+y+\frac{5}{2}=0$$ que es una forma implícita.

Para trabajar con una fórmula sin fracciones, es posible multiplicar la ecuación por 6 (que es el M.C.M. entre los denominadores)

$$\begin{array}{ccc} & -\frac{1}{3}x+y+\frac{5}{2}=0 & \\ .6\downarrow & & \downarrow .6 \\ & -2x+6y+15=0 & \end{array}$$

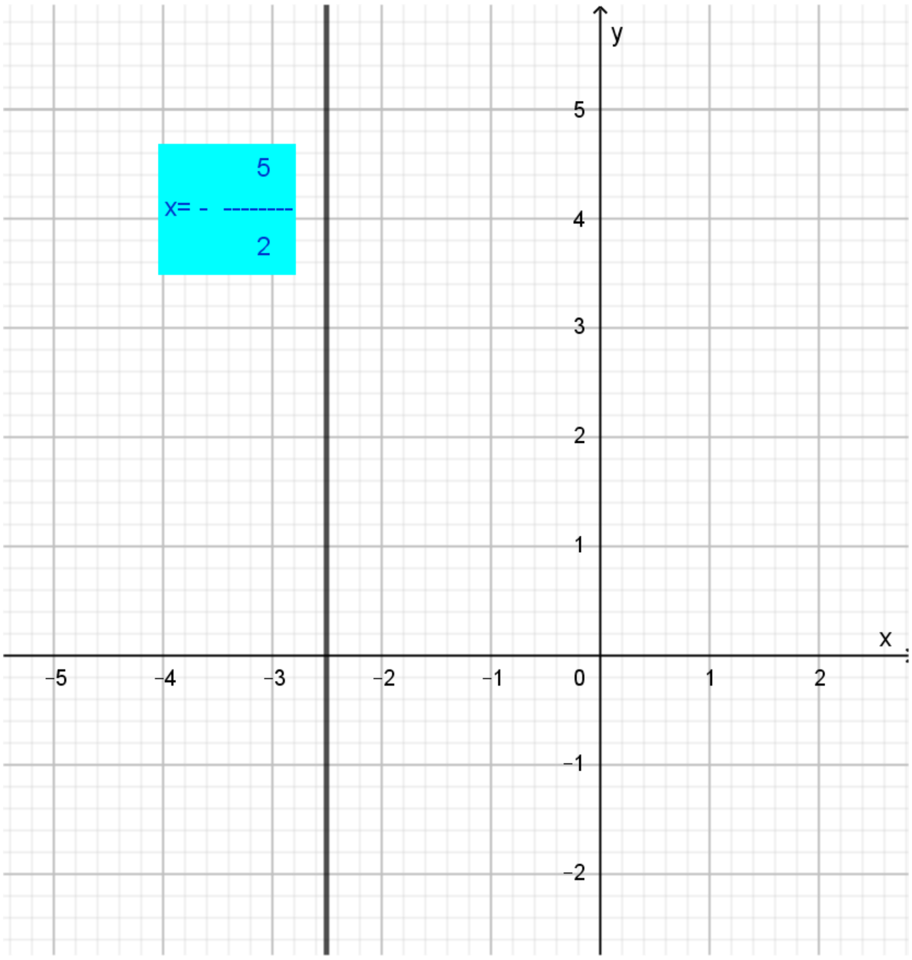
que es otra ecuación implícita de la misma recta.

La forma implícita, es más amplia que la explícita, y permite definir ecuaciones de rectas que no son funciones, esto sucede sí $Q=0$. En $Px+Qy+R=0$ resulta $Px+R=0$, $x=-\frac{R}{P}$

(P no es cero ya que aclaramos al comienzo que P y Q no podían ser ambos nulos).

La ecuación obtenida x = "número" es la ecuación de una recta paralela al eje y (vertical) que **no es una función**.

Ejemplo: $2x+5=0$ $\quad x=-\frac{5}{2}$ es la ecuación de una recta vertical , que corta al eje x en $-\frac{5}{2}$



Existe una tercer forma de escribir una función lineal: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ con $a,b \in \Re$ y $a \neq 0 \wedge b \neq 0$, este tipo de fórmula se llama ecuación segmentaria.

$\frac{x}{raiz}+\frac{y}{b}=1$	Ecuación segmentaria de una recta

Siempre tiene la forma "x dividido un número más y dividido otro número igual a 1" (Solo 1, no puede ser otro número).

En esta fórmula los denominadores de las variables corresponden a las intersecciones de la recta con los ejes.

La intersección con el eje y, la obtenemos haciendo x = 0, resulta

$$\frac{0}{a}+\frac{y}{b}=1$$

$$0+\frac{y}{b}=1$$

$$\frac{y}{b}=1$$

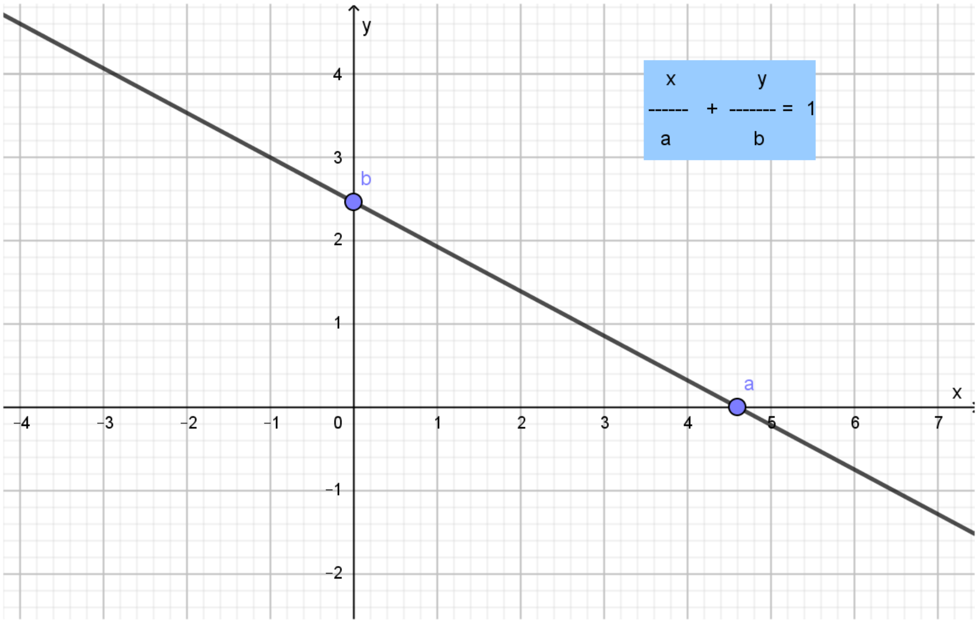
$$y=b$$

El denominador de la variable “*y”*, es la intersección con el eje y, la ordenada al origen, por eso usamos la letra *b* para nombrarla, igual que en la forma explícita.

La intersección con el eje x, la obtenemos haciendo y = 0, resulta

$$\frac{x}{a}+\frac{0}{b}=1$$
$$\frac{x}{a}+0=1$$
$$\frac{x}{a}=1$$
$$x=a$$

Entonces el denominador de la variable “*x*”, es la intersección de la recta con el eje x, la raíz o cero de la función lineal.



El nombre segmentaria, hace referencia a los segmentos sobre los ejes coordenados.

Solo tienen ecuación segmentaria, las rectas no paralelas a los ejes coordenados y que no pasan por el origen (0;0). En la ecuación segmentaria “a” y “b” son los denominadores, así que ninguno de los dos puede ser cero.

Prueba con los archivos dinámicos para visualizar cómo cambia la recta, al cambiar la raíz “a” y la ordenada al origen “b”.

Es posible transformar de cualquiera de las otras formas a segmentaria y viceversa

Ejemplos:

1- Dada la forma implícita $8x-5y-2=0$ para llevarla a la forma segmentaria, comenzamos por sumar 2 a ambos miembros de la ecuación: $8x-5y=2$, Como debe estar igualada a 1, dividimos la ecuación por 2, para obtener el 1 en el segundo miembro:

$$\frac{8x-5y}{2}=\frac{2}{2}$$

Distribuimos en el primer miembro $\frac{8x}{2}-\frac{5y}{2}=\frac{2}{2}$ resulta $4x-\frac{5y}{2}=1$.

Pero la forma segmentaria, solo admite que "x" e "y" tengan números dividiendo, entonces como multiplicar por 4, es lo mismo que dividir por ¼ y , a su vez, multiplicar por – 5/2 es lo mismo que dividir por - 2/5, lo escribimos de esa manera.

$\frac{x}{\frac{1}{4}}+\frac{y}{-\frac{2}{5}}=1$ que es la ecuación segmentaria de la forma dada.

Si este trabajo algebraico te resulta difícil, también es posible encontrar la raíz y ordenada al origen de la función y expresarla de la forma $\frac{x}{raiz}+\frac{y}{b}=1$, como mostraremos en el próximo ejemplo:

2- Expresaremos en forma segmentaria la función lineal cuya forma explícita es : $y=-2x+8$

La ordenada al origen "*b*" es dato, es el término independiente de la forma explícita: *b* = 8, será el denominador de la variable "*y*".

El denominador de la variable "x" es la raíz de la función, la averiguamos haciendo *y* = 0.

$0=-2x+8$ y despejando " *x*" $2x=8$ $x=\frac{8}{2}=4$ la raíz es 4.

Completamos entonces la forma $\frac{x}{raiz}+\frac{y}{b}=1$ y resulta : $\frac{x}{4}+\frac{y}{8}=1$, que es la forma segmentaria, correspondiente a la explícita $y=-2x+8$

3- Si la intención es transformar de una forma segmentaria a forma explícita, solo debemos despejar la variable " *y* " , como mostraremos con $\frac{x}{3}+\frac{y}{-\frac{3}{5}}=1$

Restamos el término que tiene la " *x* " $\frac{y}{-\frac{3}{5}}=1-\frac{x}{3}$

Multiplicamos por $-\frac{3}{5}$ $y=-\frac{3}{5}\left(1-\frac{x}{3}\right)$

Distribuimos $y=-\frac{3}{5}+\frac{3}{5}\frac{x}{3}$

simplificamos $y=-\frac{3}{5}+\frac{1}{5}x$ o $y=\frac{1}{5}x-\frac{3}{5}$ que es la forma explícita.

Nota que la ordenada al origen es $-\frac{3}{5}$ igual que en la forma segmentaria.


UNLaM
Coordinadores
Roxana Scorzo
Gabriela Ocampo
Liliana Romano
Carlos Urquiza
Ingreso


UNLaM
2018
NEXOS