Universidad Nacional de La Matanza

Módulo 1

Segunda Parte

NOCIONES DE LÓGICA SIMBÓLICA

¿Qué es una PROPOSICIÓN?

- ES TODA EXPRESIÓN O ENUNCIADO DE LA CUAL SE PUEDE DECIR SI ES VERDADERA O FALSA

Ejemplos:

- 2 es un número par (Proposición verdadera)
- 3,8 es un número entero (Proposición falsa)
- El mes de Marzo tiene 30 días. (Proposición falsa)
- El pasto es de color verde (Proposición verdadera)

Indicar **el valor de verdad** de una proposición significa establecer si es verdadera o falsa.

El valor de verdad de una proposición puede ser verdadero o falso.

No son proposiciones:

- X es número impar (No podemos indicar su valor de verdad)
- ¿Esto es amarillo? (Tampoco podemos indicar su valor de verdad)
- Hagan silencio (No es posible decir si es verdadera o falsa)

A partir de dos proposiciones podemos armar otras….

Todas las proposiciones dadas como ejemplos son **simples o atómicas** (no contienen partes que también sean proposiciones), uniendo varias proposiciones simples mediante **conectivos u operaciones lógicas** obtenemos otras proposiciones, llamadas proposiciones **compuestas o moleculares**.

A partir de dos proposiciones podemos armar otras….

Son ejemplos de proposiciones compuestas

- 2 es un número par y el mes de Marzo tiene 30 días.
- 3,8 es un número entero o el pasto es de color verde
- Si 2 es un número par entonces el pasto es de color verde.

Las conexiones entre las proposiciones las indicamos en rojo, son LAS OPERACIONES DE LA LÓGICA PROPOSICIONAL

- En adelante, designaremos con "*p*" y "*q*" a dos proposiciones simples o atómicas genéricas

Operaciones lógicas:

- Negación $\sim$
- Conjunción $\wedge$
- Disyunción $\vee$
- Implicación o condicional $\Rightarrow$
- Doble implicación o bicondicional $\Leftrightarrow$

Entonces podemos formar nuevas proposiciones:

$$\sim p\ (no\ p)\ ,\ p \wedge q\ (\ p\ y\ q\ ),\ p \vee q\ (p\ o\ q)\ ,$$

$$p \Rightarrow q\ (si\ p\ entonces\ q)\ ,\ p \Leftrightarrow q\ (p\ si\ y\ solo\ si\ q)$$

Valor de verdad de las Proposiciones

El **valor de verdad** de una proposición compuesta depende del valor de verdad de las proposiciones simples que la forman y de cuál es el operador o conectivo lógico que las une.

¿Cómo podemos ahora saber el valor de verdad de estas nuevas proposiciones?

Esto se analiza a partir de las llamadas TABLAS DE VERDAD , que permiten saber el valor de verdad de una proposición compuesta a partir del valor de verdad que tienen las proposiciones simples que la forman.

Negación ~

p	~p (se lee no p)
V	F
F	V

Ejemplo:
p: 2 es un número par (v)
~p: 2 no es un número par(F)

La negación aplicada a una proposición, le cambia el valor de verdad.

¿Cómo armar una tabla de verdad con dos proposiciones simples?

Cada proposición simple puede ser Verdadera (V) o falsa (F). “p” puede ser V o F y “q” puede ser V o F .

Combinando las dos proposiciones que cada una tiene

2 posibilidades, resultan 4 posibilidades:

- que p sea verdadera y q sea también verdadera (primer renglón de la tabla)
- que p sea verdadera y q sea falsa (segundo renglón)
- que p sea falsa y q sea verdadera (tercer renglón)
- que p sea falsa y q sea también falsa (cuarto renglón)

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Conjunción ^

p	q	p ^ q (se lee p"y"q)
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Ejemplo:
p: 2 es un número par (v)
q: El mes de Marzo tiene 30 días (F)

p ^ q es falsa " 2 es un número par y el mes de Marzo tiene 30 días" es falsa.

La conjunción sólo es verdadera en el caso de que todas las proposiciones simples sean verdaderas

Disyunción inclusiva ∨

p	q	p ∨ q (Se lee p "o"q)
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Ejemplo:
p: 2 es un número par (v)
q: El mes de Marzo tiene 30 días (F)

p ∨ q es verdadera, " 2 es un número par o el mes de Marzo tiene 30 días" es verdadera.

Una disyunción es falsa, sólo en el caso de que todas las proposiciones simples que la forman sean falsas.

Implicación o condicional $\Rightarrow$

p	q	p $\Rightarrow$ q (Se lee p "entonces" q)
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Ejemplo:
p: 2 es un número par (v)
q: El mes de Marzo tiene 30 días (F)

p $\Rightarrow$ q es FALSA " Si 2 es un número par entonces el mes de Marzo tiene 30 días" es falsa.

Una implicación es falsa sólo si el antecedente (p) es verdadero y el consecuente (q) es falso.

Implicaciones Asociadas

Relacionadas con la Implicación $p \Rightarrow q$, que llamaremos directa, se definen otras implicaciones

$q \Rightarrow p$ implicación recíproca

$\sim p \Rightarrow \sim q$ implicación contraria

$\sim q \Rightarrow \sim p$ implicación contrarrecíproca

Ejemplo : p: ABCD es un cuadrado
q: ABCD es un rectángulo

- ABCD es un cuadrado $\Rightarrow$ ABCD es un rectángulo (Implicación directa: es V)
- ABCD es un rectángulo $\Rightarrow$ ABCD es un cuadrado (Implicación recíproca, es F)
- ABCD no es un cuadrado $\Rightarrow$ ABCD no es un rectángulo (Implicación contraria, es F)

El valor de verdad de la implicación recíproca y contraria puede coincidir o no con el valor de verdad de la implicación directa.

- ABCD no es un rectángulo $\Rightarrow$ ABCD no es un cuadrado (Implicación Contrarrecíproca: es V)

La proposición contrarrecíproca siempre tiene el mismo valor de verdad que la implicación directa.
Por esta cuestión, en muchas demostraciones matemáticas se recurre a demostrar la implicación contrarreciproca en lugar de la directa.

Doble Implicación o bicondicional $\Leftrightarrow$

p	q	p $\Leftrightarrow$ q (Se lee p "si sólo si"q)
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Ejemplo:
p: 2 es un número par (v)
q: El mes de Marzo tiene 30 días (F)

p $\Leftrightarrow$ q es FALSA " 2 es un número par si y solo si el mes de Marzo tiene 30 días" es falsa.
Una doble implicación es verdadera si las dos proposiciones simples tienen el mismo valor de verdad

FUNCIONES PROPOSICIONALES

La expresión “x es un número impar” no es una proposición, no se puede decir si es verdadero o falso .

Este tipo de expresiones, que tienen alguna variable, se denominan FUNCIONES PROPOSICIONALES o DE PREDICADOS .

Una *función proposicional* puede transformarse en una proposición de dos formas:

- Asignando un valor específico a la variable:
  Ej : “ 2 es un número impar “ (se transforma en una proposición falsa), “ 5 es un número impar“(se transforma en una proposición verdadera)

- Anteponiendo un cuantificador, estableciendo a qué cantidad de valores de la variable se refiere esa expresión, para todos o para algunos valores.

CUANTIFICADORES

Los símbolos que denoten estas posibilidades y se llaman **cuantificadores** son :

- **Cuantificador universal** que se simboliza : $\forall$
y se lee "para todo valor de x ", "para cualquier valor de x ",

-**Cuantificador existencial** cuyo símbolo es: $\exists$
y se lee "existe algún valor de x", "existe por lo menos un valor de x"

Si trabajamos en el conjunto de los números enteros, por ejemplo. " Para todo valor de x , x es un número impar" es una proposición falsa. " Para algún valor de x , x es un número impar" es una proposición verdadera.

OTROS EJEMPLOS

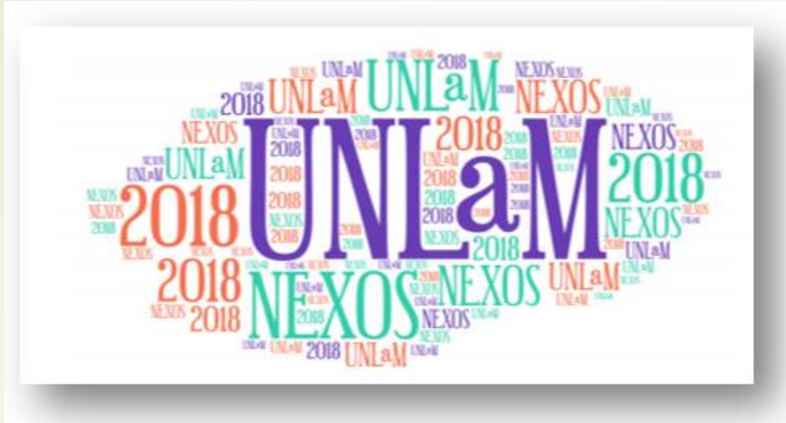
- Si queremos decir que todo número que pertenece al conjunto de los naturales también pertenece al de los reales escribimos:

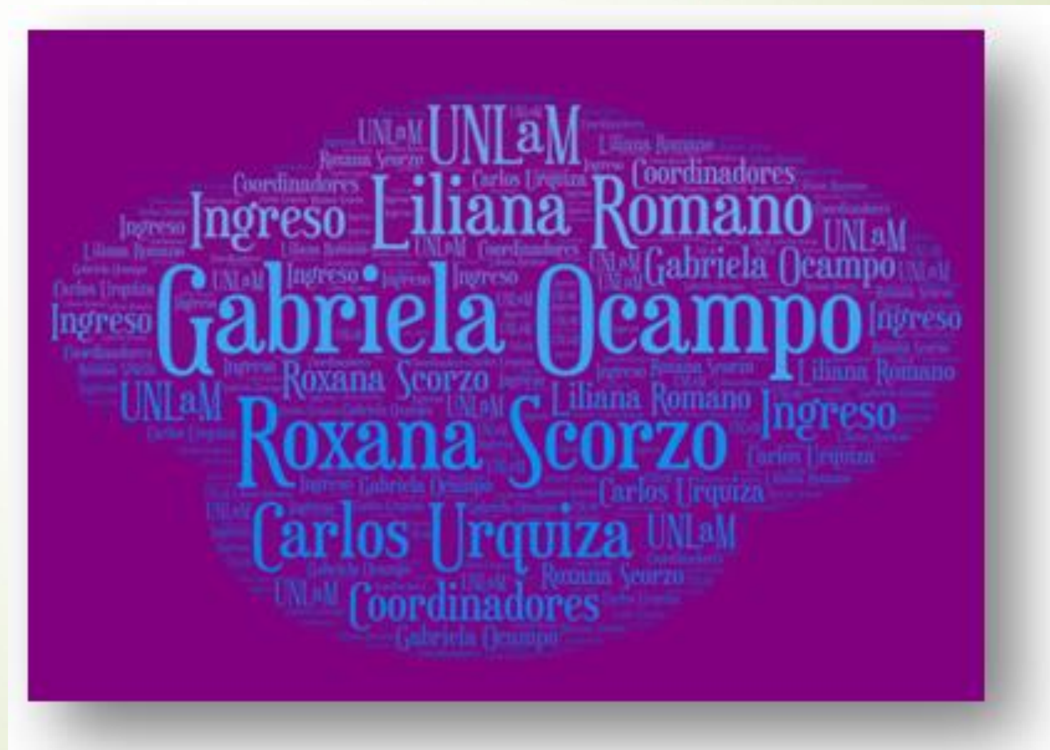
$$\forall x : (x \in N \Rightarrow x \in \Re)$$

- Si queremos decir que existen algunos números que son pares y son múltiplos de 3

$$\exists x : (x\, es\, par \wedge x\, es\, múltiplo\, de\, 3)$$

Por ejemplo 18


UNLaM
2018
NEXOS
UNLaM
NEXOS
2018
NEXOS
UNLaM


UNLaM
Coordinadores
Ingreso
Liliana Romano
UNLaM
Gabriela Ocampo
Ingreso
Gabriela Ocampo
Ingreso
Liliana Romano
UNLaM
Roxana Scorzo
Liliana Romano
Ingreso
Roxana Scorzo
Carlos Urquiza
Carlos Urquiza
UNLaM
Roxana Scorzo
Coordinadores