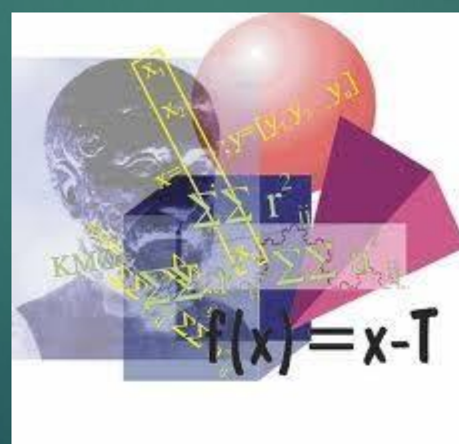
Universidad Nacional
de La Matanza

Módulo 2
Las funciones como modelos matemáticos



Primer ejemplo

Observa el siguiente gráfico y responde:

a)¿Cuál es la variable independiente y cuál la dependiente?
(indicar unidades de cada una)

b)¿Cuál es el dominio y la imagen de la función a partir de lo observado en el gráfico?

c)¿Cuándo el valor del dólar fue máximo? Y ¿Cuándo fue mínimo?

d) ¿Hubo algún período de tiempo en el cuál el dólar se mantuvo constante?

a) Variable independiente el tiempo expresado en meses
variable dependiente el precio del dólar minorista expresado en pesos.

b) D=[28/7/2016; 28/7/2017]   I=[15,139;18,010]

C)Fue máximo el 28/7/2017 y mínimo el 18/8/2016

d) No hubo ningún período en que se mantuvo constante ya que no se observa ningún tramo horizontal

Segundo ejemplo:

Si un astronauta pesa 130 libras (59 kg aproximadamente) en la superficie de tierra, entonces su peso cuando está a “h” millas arriba de la tierra se expresa mediante la función:

$$P(h) = 130 . \left(\frac{3960}{3960 + h} \right)^2$$

a) Cuáles son las variables del problema. Teniendo en cuenta que esta fórmula sirve entre 0 y 500 millas, indicar el dominio de esta función.

b) ¿Cuál será el peso del astronauta cuando está a 100 millas de la tierra?

c) Construir una tabla de valores para alturas de 100 en 100 dentro del dominio de la función. ¿Qué conclusión puede extraerse a partir de los valores calculados?

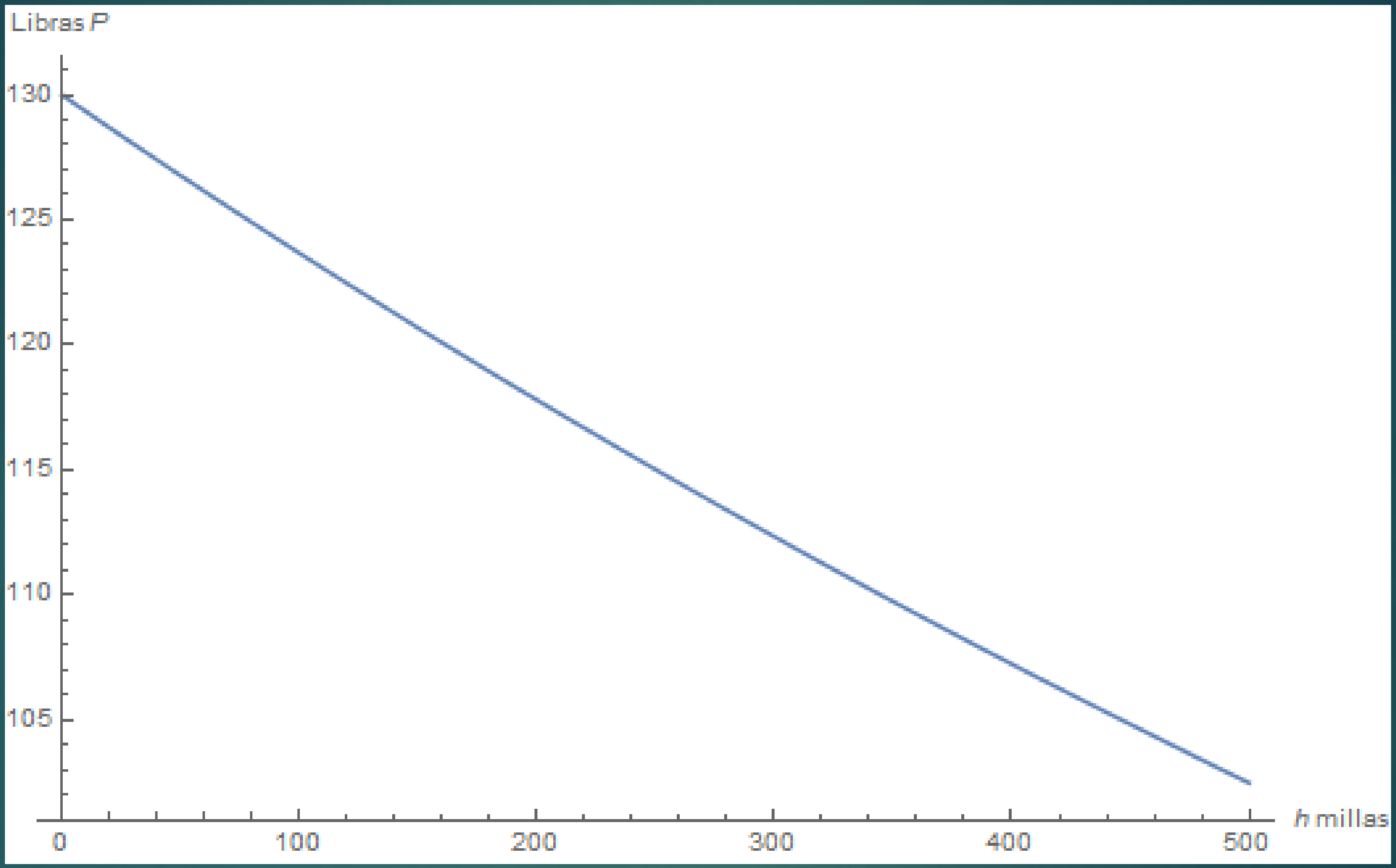
d) Esbozar con esos valores una gráfica, e indicar cual es el conjunto imagen de la función.

a) Variable independiente: altura arriba de la tierra expresada en millas (h)
Variable dependiente: el peso del astronauta expresado en libras (p)
Dominio [0;500]

b) $$P(100) = 130.\left(\frac{3960}{3960+100}\right)^2 \cong 123{,}67\ libras$$

h	P
0	130
100	123,675
200	117,8
300	112,335
400	107,241
500	102,486

A medida que la altura arriba de la tierra aumenta el astronauta pesa menos



Conjunto imagen [102,486;130]

Tercer ejemplo:

La ganancia g(t) de una empresa (en millones de pesos) a lo largo de un período de 6 años está dada por la relación:

$$g(t) = -\frac{20}{9}(t-3)^2 + 20$$

siendo t el tiempo expresado en años. Contestar:

a)¿Cuál es la variable independiente y cuál la dependiente? (indicar unidades de cada una)

b)¿Cuál es el dominio y la imagen de la función bajo el contexto del problema?

c)Realizar un gráfico representativo del problema.

d)¿Cuál es la ganancia de la empresa en el primer año?

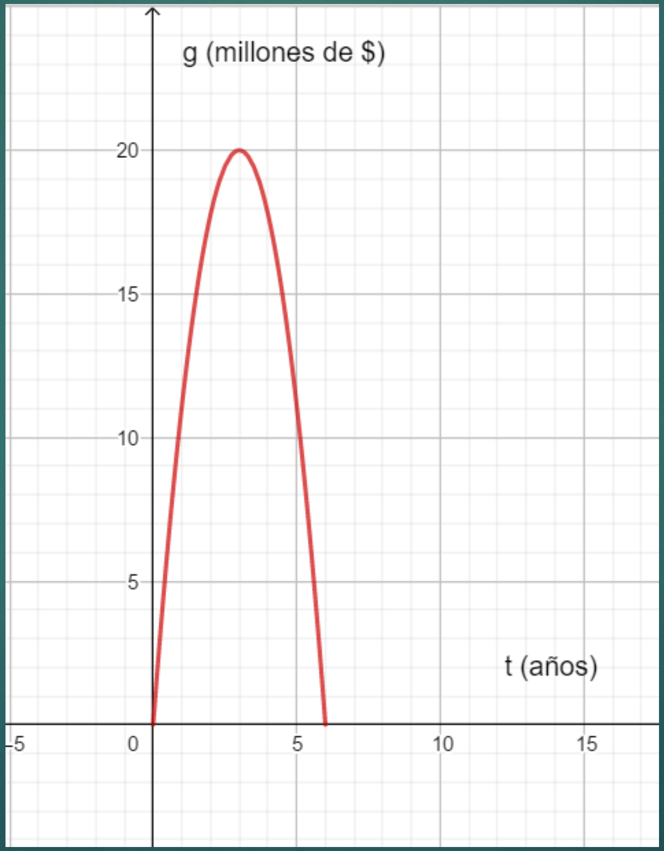
e)¿Cuándo obtuvieron la máxima ganancia? y ¿Cuál fue el valor de dicha ganancia?

f)¿Cuántos años deben pasar para que la ganancia sea de 15 millones de pesos?

g)¿Durante cuánto tiempo aumenta la ganancia de la empresa?

h)Si el tiempo varía entre el 1° y 2° año, ¿cuál será la variación de la ganancia en ese período?

a) Variable independiente (VI) es el tiempo expresado en años.
Variable dependiente (VD) es la ganancia de una empresa expresada en millones de pesos.
b) Dominio [0;6]   Imagen [0;20]
c)



[LINK A GEOGEBRA]

LINK A GEOGEBRA

d) En esta pregunta nos piden que calculemos la imagen de 1 es decir g(1)

$$g(1) = -\frac{20}{9}(1-3)^2 + 20 = -\frac{20}{9}(-2)^2 + 20 = -\frac{80}{9} + 20 = \frac{100}{9} = 11{,}1111......$$

La respuesta es entonces: la ganancia en el primer año fue de 11,11 millones de pesos

e) En este caso tenemos que hacer referencia al vértice de esta parábola es decir g(3)

$$g(3) = -\frac{20}{9}(3-3)^2 + 20 = 20$$

La respuesta entonces es: la máxima ganancia se da al finalizar el tercer año y fue de $ 20 millones

LINK A GEOGEBRA

f) En este caso nos indican el valor de la ganancia y debemos averigüar
En que año se da es decir, g(t)=15 planteamos entonces la siguiente ecuación:

$$15=-\frac{20}{9}(t-3)^2+20\Rightarrow \frac{15-20}{-\frac{20}{9}}=(t-3)^2\Rightarrow \frac{9}{4}=(t-3)^2\Rightarrow \sqrt{\frac{9}{4}}=|t-3|\Rightarrow \frac{3}{2}=|t-3|\Rightarrow$$

$$(t-3=1{,}5\vee t-3=-1{,}5)\Rightarrow t_1=4{,}5\vee t_2=1{,}5$$

Es decir, la respuesta es: deben pasar un año y ½ ó cuatro años y1/2

g) Si observamos el gráfico es a lo largo de los tres primeros años, es decir hasta
El punto que corresponde al vértice, a partir de ahí las ganancias van decreciendo.

h) Tenemos que calcular:

$$\frac{g(2)-g(1)}{2-1}=\frac{-\frac{20}{9}(2-3)^2+20-[-\frac{20}{9}.(1-3)^2+20]}{1}=6{,}67$$

La respuesta es que las ganancias varían 6,67 millones de pesos en un año.

HASTA LA PRÓXIMA!!!