Universidad Nacional de La Matanza

DIIT
Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas

Resumen Clase N° 1

Introducción a Lógica proposicional

LÓGICA PROPOSICIONAL

La lógica estudia métodos de razonamiento que separan los razonamientos válidos de los no válidos. El interés por el análisis de los razonamientos se debe a que en las ciencias de la computación deben aplicarse para lograr que los programas realicen lo que se pretende.

Los razonamientos se basan en la enunciación de una secuencia proposiciones, que se conocen como premisas, para arribar a una conclusión.

Proposición: Se entiende por proposición a todo enunciado al que se le puede asignar un valor de verdad.

p: " hoy es Lunes"

q: "el triángulo tiene tres lados"

r : "2 = 4"

No es proposición

1. **¿Qué hora es?**
2. **!Hace frio¡**
3. **Lee esto con atención**
4. **x es un número impar**
5. **y + 2 = 5**

1, 2 y 3 NO son proposiciones ya que no son enunciados declarativos

4 y 5 NO son proposiciones ya que NO son ni verdaderas ni falsas

Las sentencias **exclamativas, las interrogativas y las imperativas** tales como: "**Oprima la tecla ENTER"** no son proposiciones puesto que no pueden ser declaradas como verdaderas o falsas

Las preposiciones **p**, **q** y **r** se dicen **simples**

Para obtener **proposiciones compuestas** a expensas de proposiciones simples se usan conectivos lógicos.

ALGUNOS CONECTIVOS

Conectivo	Se lee	Nombre
$\neg$	No	Negación
$\wedge$	y	Producto Lógico o conjunción
$\vee$	O (inclusivo)	Suma Lógica o disyunción
$\Rightarrow$	Si ...entonces...	Condicional
$\Leftrightarrow$	Si y solo si	Bicondicional
$\underline{\vee}$	O (exclusivo)	Disyunción excluyente

<u>NEGACIÓN</u> La *negación* es una operación que se aplica a una proposición y tiene el efecto de revertir el valor de verdad.

Esto es, si p es verdadera entonces ¬ p es falsa, y si p es falsa entonces ¬ p es verdadera

Generalmente se obtiene agregando “no” (o “no es verdad que”) antes de la proposición original.

Ejemplo:

p: hay un premio Nobel de ciencias de la computación.

¬p: no hay un premio Nobel de ciencias de la computación.

p	¬ p
V	F
F	V

CONJUNCIÓN La conjunción es verdaderas si ambas proposiciones lo son verdaderas y falso en cualquier otro caso.

Se obtiene intercalando "y" entre las dos proposiciones originales, de palabras como " pero" , " además", etc.

Ejemplo:

5 es un número primo y 6 es un número compuesto

p: 5 es un número primo q: 6 es un número compuesto

Por ser ambas verdaderas, la conjunción de ellas es verdadera.

p	**q**	**p ∧ q**
V	V	**V**
V	F	**F**
F	V	**F**
F	F	**F**

DISYUNCIÓN La disyunción de dos proposiciones es la que afirma que al menos una de las dos proposiciones es verdadera. Se obtiene intercalando "o" entre las dos proposiciones originales.

Ejemplo: $3^2 = 6$ o 11 es un número primo

p: $3^2 = 6$

q: 11 es un número primo.

p	**q**	**$p \vee q$**
V	V	**V**
V	F	**V**
F	V	**V**
F	F	**F**

Otro Ejemplo: Los alumnos de este curso son inteligentes o estudian mucho.

<u>DIFERENCIA SIMÉTRICA</u> o disyunción en sentido excluyente. Se lee "p o q" en sentido excluyente

Frecuentemente y cuando no es claro en el contexto de la oración se indica que una disyunción es excluyente terminando con la frase ***pero no ambas***

<u>EJEMPLOS</u>:

- Se puede recuperar el primer parcial o el segundo pero no ambos.

- Iremos a la playa o a las sierras, a uno solo de los dos.

p	**q**	**p $\veebar$ q**
V	V	**F**
V	F	**V**
F	V	**V**
F	F	**F**

<u>CONDICIONAL</u> Otra forma de conectar dos proposiciones p y q es diciendo: *si se cumple* p *entonces se cumple* q, es decir por medio de una implicación.

Este conectivo lógico se llama *condicional* o *implicación* y se simboliza con ⇒

En la proposición compuesta p ⇒ q p es el *antecedente* y q es el *consecuente*

La forma más común de indicar un condicional es “si ….. Entonces …..”
Hay otras
“es necesario ... Para …”   “si p, ……”

El condicional p ⇒ q es falso únicamente cuando p es verdadera y q falsa, en los demás casos es verdadero. Lo anterior se resume en la siguiente “tabla de verdad para el condicional”

Ejemplo: *Si apruebo, te invito a cenar*

Supongamos la implicación p ⇒ q

p: apruebo   q: te invito a cenar

p	**q**	**p ⇒ q**
V	V	**V**
V	F	**F**
F	V	**V**
F	F	**V**

RECÍPROCA, CONTRA RECÍPROCA E INVERSA

Hay algunos condicionales relacionados con $p \Rightarrow$ q que pueden formarse a partir de él.

- $q \Rightarrow p$ se llama recíproca de $p \Rightarrow$ q,
- $\neg q \Rightarrow \neg p$ se llama contrarrecíproca de $p \Rightarrow q$
- $\neg p \Rightarrow \neg q$ se llama la inversa de $p \Rightarrow q$.

Ejemplo. ¿Cuáles son la recíproca, contra recíproca e inversa del condicional: "El equipo local gana siempre que llueve"?

Como "q siempre que p" es una forma de expresar el condicional $p \Rightarrow$ q, la afirmación original se puede escribir como: "Si llueve, entonces el equipo local gana".

$$p \qquad \Rightarrow \qquad q$$

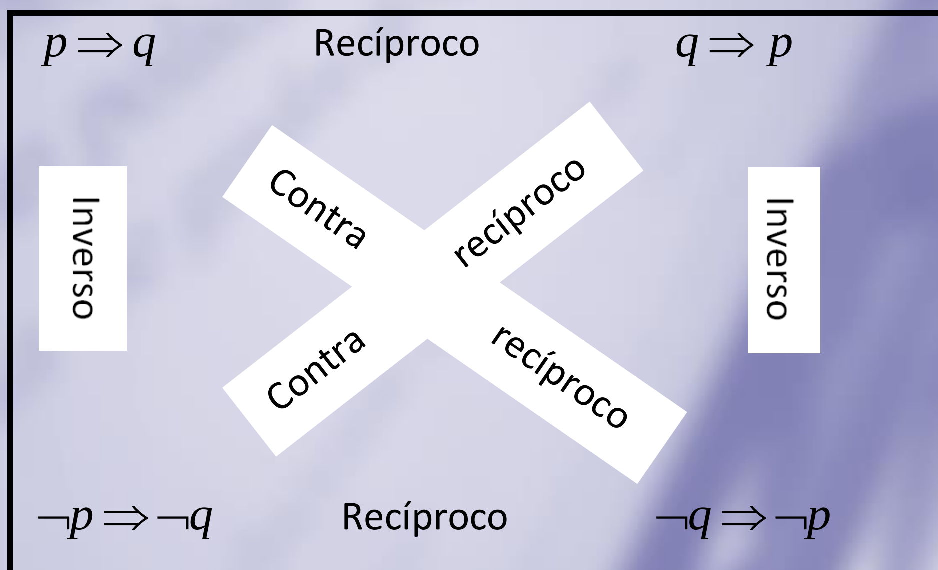
La recíproca es: $q \Rightarrow p$ "Si el equipo local gana, entonces llueve".

La contra recíproca es: $\neg q \Rightarrow \neg p$ "Si el equipo local no gana, entonces no llueve"

La Inversa es: $\neg p \Rightarrow \neg q$ "Si no llueve, entonces el equipo local no gana".

La contra recíproca $\neg q \Rightarrow \neg p$ de un condicional $p \Rightarrow$ q tiene la misma tabla de verdad que $p \Rightarrow$ q

p	q	~ p	~ q	Directa	Recíproca	Contraria o Inversa	Contrarrecíproca o contraposición
				$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$\neg p \rightarrow (\neg q)$	$\neg q \rightarrow (\neg p)$
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	V	F
F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V	V



BICONDICIONAL La proposición bicondicional entre dos proposiciones es la que afirma que, o ambas son verdaderas, o ambas son falsas. Puede ser obtenida intercalando la frase “si y sólo si”, o bien “siempre y cuando” entre las dos proposiciones originales.

Sabemos que para aprobar un parcial de Discreta la nota debe ser mayor o igual que 6.

Entonces la proposición es**: “ Apruebo un parcial si y sólo si la nota es mayor o igual que 6”**

p: “Apruebo un parcial”,
q: “La nota es mayor o igual que 6”,

p	**q**	**$p \Leftrightarrow q$**
V	V	**V**
V	F	**F**
F	V	**F**
F	F	**V**

Tautología – Contradicción - Contingencia

❖ Llamamos **"tautología"** a toda proposición compuesta cuyo valor de verdad es siempre **verdadero** en forma independiente del valor de verdad de las proposiciones simples que la componen.

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
V	F	**V**
F	V	**V**

❖ Llamamos **"contradicción"** a toda proposición compuesta cuyo valor de verdad es siempre **falso** en forma independiente del valor de verdad de las proposiciones simples que la componen.

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
V	F	**F**
F	V	**F**

❖ Llamamos **“contingencia”** si el valor de verdad de la proposición compuesta depende del valor de verdad de las proposiciones simples que la componen.

p	**q**	**$p \wedge q$**	**$q \Rightarrow (p \wedge q)$**
V	V	V	**V**
V	F	F	**V**
F	V	F	**F**
F	F	F	**V**

Proposiciones equivalentes

Proposiciones compuestas con igual número de proposiciones simples que tengan la misma tabla de verdad se dicen que son **equivalentes** y son **intercambiables.**

$p \Rightarrow q$ es equivalente a $\neg p \vee q$

$p \Leftrightarrow q$ es equivalente a $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ o bien $(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)$

Si dos proposiciones p y q son **equivalentes** se escribe $p \Leftrightarrow q$ o bien $p \equiv q$

Las implicaciones contra recíprocas son equivalentes

La contra recíproca $\neg q \Rightarrow \neg p$ de un condicional $p \Rightarrow q$ tiene la misma tabla de verdad

Equivalencias Lógicas

Involución	$\sim(\sim p) \Leftrightarrow p$		
Idempotencia	$(p \vee p) \Leftrightarrow p \Leftrightarrow (p \wedge p)$		
Conmutatividad	$(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$		
	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$		
	$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow p)$		
Absorción	$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p \Leftrightarrow p \vee (p \wedge q)$		
Identidad	$p \wedge V \Leftrightarrow p$	Dominación	$p \wedge F \Leftrightarrow F$
	$p \vee F \Leftrightarrow p$		$p \vee V \Leftrightarrow V$
Leyes de De Morgan	$\sim (p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$		$\sim (p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$
Asociatividad	$p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$		
	$p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$		
Distributividad	$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$		
	$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$		