Elementos de lógica proposicional: conectores, leyes lógicas. Sintaxis y semántica.

RESOLUCIÓN DE LOS EJERCICIOS IMPARES

Página 86 de la guía de ejercicios

E-1

-Sean p y q los enunciados:

p: Estamos bajo cero

q: Nieva

Escriba los enunciados siguientes usando p, q y conectores lógicos:

1.1-Estamos bajo cero y nieva $p \wedge q$

1.2-Estamos bajo cero, pero no nieva $p \wedge \neg q$

1.3-No estamos bajo cero y no nieva $\neg p \wedge \neg q$

1.4-Bien estamos bajo cero o bien nieva (o ambas cosas) $p \vee q$

1.5-Si estamos bajo cero entonces también nieva $p \Rightarrow q$

1.6-Estamos bajo cero o nieva, pero no nieva si estamos bajo cero

$$(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow \neg q)$$

1.7-Que estemos bajo cero es necesario y suficiente para que nieve $p \Leftrightarrow q$

E-3

- Construir las tablas de verdad, para cada caso indicar si es tautología, contradicción o contingencia:

3.1 $(p \wedge q) \Rightarrow r$

(p	∧	q)	⇒	r
V	V	V	V	V
F	F	V	V	V
V	F	F	V	V
F	F	F	V	V
V	V	V	F	F
F	F	V	V	F
V	F	F	V	F
F	F	F	V	F

CONTINGENCIA: una proposición compuesta que unas veces es verdadera y otras falsa dependiendo del valor de verdad de las proposiciones simples involucradas

3.2 $[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$

[(p	⇒	q)	∧	p]	⇒	q
V	V	V	V	V	V	V
F	V	V	F	F	V	V

V	F	F	F	V	V	F
F	V	F	F	F	V	F

TAUTOLOGÍA: una proposición compuesta que es siempre verdadera

3.3 $p \wedge [\neg (p \vee q)]$

p	$\wedge$	[$\neg$	(p	$\vee$	q)]
V	F	F	V	V	V
F	F	F	F	V	V
V	F	F	V	V	F
F	F	V	F	F	F

CONTRADICCIÓN: una proposición compuesta que es siempre falsa

3.4 $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \wedge q)$

(p	$\Rightarrow$	q)	$\Rightarrow$	(p	$\wedge$	q)
V	V	V	V	V	V	V
F	V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	V	F	F
F	V	F	F	F	F	F

CONTINGENCIA

3.5 $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

[(p	$\Rightarrow$	q)	$\wedge$	(q	$\Rightarrow$	r)]	$\Rightarrow$	(p	$\Rightarrow$	r)
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V	F	V	V
V	F	F	F	F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	V	V	F	V	V
V	V	V	F	V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F	V	F	V	F
V	F	F	F	F	V	F	V	V	F	F
F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F

TAUTOLOGÍA

3.6 $\neg [\neg p \vee \neg (q \wedge \neg p)]$

$\neg$	[$\neg$p	$\vee$	$\neg$	(q	$\wedge$	$\neg$ p)]
F	F	V	V	V	F	F
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F	F	F
F	V	V	V	F	F	V

CONTRADICCIÓN

E-5

- Para las siguientes proposiciones compuestas dar todos los posibles valores de verdad de las proposiciones simples de modo que resulten falsas:

5.1 $[(p \wedge q) \wedge r] \Rightarrow (s \vee t)$

$V([(p \wedge q) \wedge r] \Rightarrow (s \vee t)) = F$ por lo tanto $V([(p \wedge q) \wedge r]) = V$ y $V((s \vee t)) = F$

De donde V (p)=V; V (q)=V ; V(r)=V; V(s)=F ;V (t)=F

5.2 $[p \wedge (q \wedge r)] \Rightarrow (s \wedge \neg t)$

$V([p \wedge (q \wedge r)] \Rightarrow (s \wedge \neg t)) = F$ por lo tanto $V([p \wedge (q \wedge r)]) = V$ y $V((s \wedge \neg t)) = F$

De donde V (p)=V; V (q)=V; V(r)=V; V(s)=F y V (t)=V ó V(s)=F y V (t)=F ó V(s)=V y

V (t)=V

E-7

-Comprobar la equivalencia entre la implicación y la contrarrecíproca

(p	⇒	q)	⇔	¬q	⇒	¬p
V	V	V	V	F	V	F
F	V	V	V	F	V	V
V	F	F	V	V	F	F
F	V	F	V	V	V	V

E-9

-Utiliza tablas de verdad para verificar las siguientes equivalencias :

9.1 - $p \wedge V \equiv p$

p	∧	V	⇔	p
V	V	V	V	V
F	F	V	V	F

9.2 - $p \wedge F = F$

p	∧	F	⇔	F
V	F	F	V	F
F	F	F	V	F

9.3 - $p \vee q = q \vee p$

(p	$\vee$	q)	$\Leftrightarrow$	(q	$\vee$	p)
V	V	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	F
V	V	F	V	F	V	V
F	F	F	V	F	F	F

9.4 - $\neg (p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

$\neg$	(p	$\vee$	q)	$\Leftrightarrow$	($\neg$p	$\wedge$	$\neg$q)
F	V	V	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	F	F	V
F	V	V	F	V	V	F	F
V	F	F	F	V	V	V	V

E-11

- Simplificar las siguientes expresiones:

11.1 $\neg [\neg p \wedge \neg (q \vee \neg p)]$

$$\neg [\neg p \wedge \neg (q \vee \neg p)] \underset{1.}{\Leftrightarrow} \neg[\neg p \wedge (\neg q \wedge p)] \underset{2.}{\Leftrightarrow} p \vee \neg(\neg q \wedge p) \underset{3.}{\Leftrightarrow} p \vee (q \vee \neg p) \underset{4.}{\Leftrightarrow} (p \vee \neg p) \vee q$$

$$\underset{5.}{=} V \vee q \underset{6.}{=} V$$

1. Ley de De Morgan
2. Ley de De Morgan e Involución
3. Ley de De Morgan e Involución
4. Conmutativa.Asociativa
5. Ley de contradicción
6. Ley de identidad

11.2 $\neg [p \vee (\neg p \wedge q)]$

$$\neg [p \vee (\neg p \wedge q)] \underset{1.}{\Leftrightarrow} [\neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q)] \underset{2.}{\Leftrightarrow} \neg p \wedge (p \vee \neg q) \underset{3.}{\Leftrightarrow} (\neg p \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg q) \underset{4.}{\Leftrightarrow}$$

$$F \vee (\neg p \wedge \neg q) \underset{5.}{\Leftrightarrow} (\neg p \wedge \neg q)$$

1. Ley de De Morgan
2. Ley de De Morgan e involución
3. Ley distributiva
4. Ley de contradicción

5. Ley de identidad (elemento neutro)

11.3 $\neg[\neg p \vee \neg(q \wedge \neg p)]$

$$\neg[\neg p \vee \neg(q \wedge \neg p)] \underset{1.}{\Leftrightarrow} p \wedge (q \wedge \neg p) \underset{2.}{\Leftrightarrow} (p \wedge \neg p) \wedge q \underset{3.}{\Leftrightarrow} F \wedge q \underset{4.}{\Leftrightarrow} F$$

1. Ley de De Morgan e involución
2. Conmutativa y asociativa
3. Ley de contradicción
4. Ley de dominación (elemento absorbente)

11.4 $q \Rightarrow (p \Leftrightarrow \neg q)$

$$[q \Rightarrow (p \Leftrightarrow \neg q)] \underset{1.}{\Leftrightarrow} \neg q \vee [(p \Rightarrow \neg q) \wedge (\neg q \Rightarrow p)] \underset{2.}{\Leftrightarrow} \neg q \vee [(\neg p \vee \neg q) \wedge (q \vee p)] \underset{3.}{\Leftrightarrow}$$

$$[\neg q \vee (\neg p \vee \neg q)] \wedge [\neg q \vee (q \vee p)] \underset{4.}{\Leftrightarrow} [(\neg q \vee \neg q) \vee \neg p] \wedge [(\neg q \vee q) \vee p)] \underset{5.}{\Leftrightarrow}$$

$$(\neg q \vee \neg p) \wedge (V \vee p) \underset{6.}{\Leftrightarrow} (\neg q \vee \neg p) \wedge V \underset{7.}{\Leftrightarrow} \neg q \vee \neg p$$

1. Ley de implicación y ley de doble implicación
2. Ley de implicación e involución
3. Ley distributiva
4. Ley conmutativa y ley asociativa
5. Ley de idempotencia y ley de contradicción
6. Ley de dominación (elemento absorbente)
7. Ley de identidad (elemento neutro)

11.5 $\neg q \Rightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$

$$[\neg q \Rightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)] \underset{1.}{\Leftrightarrow} q \vee (q \vee \neg p) \underset{2.}{\Leftrightarrow} (q \vee q) \vee \neg p \underset{3.}{\Leftrightarrow} q \vee \neg p$$

1. Ley de implicación e involución
2. Ley asociativa
3. Ley de idempotencia

Términos clave
Lógica

Proposición: una frase, afirmación o sentencia que es verdadera o falsa

Valor de verdad: verdadero o falso

¬p (negación de p): la proposición con valor de verdad opuesto al valor de verdad de p

Operadores lógicos: operadores utilizados para combinar proposiciones

Proposición compuesta: una proposición construida mediante la combinación de proposiciones simples usando operadores lógicos

Tabla de verdad: una tabla que muestra los valores de verdad de proposiciones

p v q (disyunción de p y q): la proposición que es verdadera a no ser que tanto p como q sean falsas

p Λ q (conjunción de p y q): la proposición que es verdadera sólo si tanto p como q son verdaderas

p $\underline{\vee}$ q (o exclusivo de p y q): la proposición que es verdadera cuando exactamente una de las proposiciones p y q es verdadera

p→q (p implica q): la proposición que es falsa sólo cuando p es verdadera y q falsa
Recíproca de p→q: la implicación q→p
Contrarrecíproca de p→q: la implicación ¬q→¬p
Inversa de p→q: la implicación ¬p→¬q

p↔q (bicondicional o doble implicación): la proposición que es verdadera sólo cuando p y q tienen el mismo valor de verdad

Tautología: una proposición compuesta que es siempre verdadera

Contradicción: una proposición compuesta que es siempre falsa

Contingencia: una proposición compuesta que unas veces es verdadera y otras falsa dependiendo del valor de verdad de las proposiciones simples involucradas

Equivalencia lógica: las proposiciones compuestas son lógicamente equivalentes si tienen siempre los mismos valores de verdad

Conjunto: pertenencia, inclusión, conjunto de partes, operaciones, propiedades.

Página 19 de la guía de ejercicios

E-1

Se consideran los conjuntos A ={2,4,6}; B={6, 4,2,6 }; C ={1, 0,3 } ;
D= $\{x \in Z / x^2 \leq 3\}$= {-1.0, 1}; E= {6}

Indicar, justificando, cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas y cuáles son falsas:

A = B Verdadera. En un conjunto no importa si se repiten los elementos
$1 \in D$ Verdadera, figura en el listado del conjunto D
$\{6\} \in E$ Falso; $6 \in E$
$\varnothing \notin C$ Falso,no figura en el listado del conjunto C

E-3

Comprueba que el conjunto {4, 5, 6} no es subconjunto del conjunto {1, 2, 3, 4, 5, 8, 9}.

$4 \in \{4, 5, 6\} \rightarrow 4 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 8, 9\}$
$5 \in \{4, 5, 6\} \rightarrow 5 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 8, 9\}$
$6 \in \{4, 5, 6\} \wedge 6 \notin \{1, 2, 3, 4, 5, 8, 9\}$.Por lo tanto {4, 5, 6} no es subconjunto de {1, 2, 3, 4, 5, 8, 9}

E-5

Indicar el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones para el alfabeto V = {a, b}

a) $\lambda \notin V$. Verdadero. λ no figura en la lista de elementos de V
b) $\lambda \subseteq V$ .Falso ya que $\lambda \notin V$
c) $\lambda \notin V^*$.Falso por definición de V*
d) $\lambda \in V^+$. Falso por definición de V+

E-7

- Siendo A = { a, b, c, {a, b}, ∅}, indicar justificando cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas y cuáles son falsas:

7.1 $\{a, b\} \in A$ Verdadero. El conjunto está dado por extensión
$\{a, b\}$ figura en la lista de los elementos de A

7.2 $\{a, b\} \subseteq A$ Verdadero; $a;b \in \{a,b,c,\{a,b\},\varnothing\} \rightarrow a,b \in \{a,b,c,\{a,b\},\varnothing\}$

7.3 $\varnothing \subseteq \{a, b\}$ Verdadero; propiedad $\forall A: \varnothing \subseteq A$

7.4 $\varnothing \in A$ Verdadero; $\varnothing$ figura en el listado de A

7.5 $\{\varnothing, a, b\} \subseteq \{a, b\}$ Falso; $\varnothing \in \{\varnothing, a, b\} \wedge \varnothing \notin \{a, b\}$

7.6 $\{\varnothing, a, b\} \subseteq A$ Verdadero;

$\varnothing \in \{\varnothing, a, b\} \rightarrow \varnothing \in \{a, b, c, \{a, b\}, \varnothing\}$;
$a \in \{\varnothing, a, b\} \rightarrow a \in \{a, b, c, \{a, b\}, \varnothing\}$;
$b \in \{\varnothing, a, b\} \rightarrow b \in \{a, b, c, \{a, b\}, \varnothing\}$

7.7 $\{a, \varnothing, b, \varnothing, c, \varnothing, \{a, b\}, \varnothing\} = A$ Verdadero; dos conjuntos son iguales si y sólo si tienen los mismos elementos

7.8 $\{\{a, b\}\} \subseteq A$ Verdadero;

$\{a,b\} \in \{\{a, b\}\} \rightarrow \{a, b\} \in \{a, b, c, \{a, b\}, \varnothing\}$

7.9 $\{a, b, c\} \in A$ Falso; $\{a, b, c\}$ no es elemento de A ya que no figura en la lista de sus elementos

7.10 $\{a, b, c, \{a, b\}\} = A$ Falso; $\varnothing \in \{a, b, c, \{a, b\}, \varnothing\}$ y $\varnothing \notin \{a,b,c,\{a, b\}\}$

7.11 $\{\{a, b, c\}\} \subseteq A$ Falso; $\{a, b, c\} \in \{\{a, b, c\}\}$ y $\{a, b, c\} \notin \{a,b,c,\{a, b\},\varnothing\}$

Observación:
Para verificar que un conjunto A es subconjunto de B se utilizó la definición de inclusión
$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x: (x \varepsilon A \rightarrow x \varepsilon B)$
Para verificar que A no es subconjunto de B se negó la definición de subconjunto:

$$\neg [\forall x: (x \varepsilon A \rightarrow x \varepsilon B)]$$

Es decir,
A no es subconjunto de B si y sólo si $\exists x\ x \varepsilon A \wedge x$ no es elemento de B

Otra manera de demostrar que un conjunto A es subconjunto de otro B consiste en mostrar que A aparece como elemento del conjunto de partes de B.
Para este caso el conjunto de Partes de A es:
P({a,b,c,{a,b},∅ }) $=\{\varnothing, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{\{a,b\}\}, \{\varnothing\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{a,\{a,b\}\}, \{a, \varnothing\}, \{b,c\}, \{b, \{a,b\}\}, \{b, \varnothing\}, \{c, \{a,b\}\}, \{c, \varnothing\}, \{\{a,b\},\varnothing\}, \{a,b,c\}, \{a,b,\{a,b\}\}, \{a,b, \varnothing\}, \{b,c,\{a,b\}, \{b,c,$

∅},{c,{a,b},∅},{a,c,{a,b}},{a,c, ∅ },{b,{a,b},∅ },{c,{a,b},∅ },{a,b,c,{a,b}},{a,b,c, ∅},
{b,c,{a,b},∅},{a,c,{a,b},∅},{a,b,{a,b},∅},{a,b,c,{a,b},∅}}
Por lo tanto {a} es subconjunto de {a, b, c, {a, b},∅} pues {a} es elemento de P ({a, b, c, {a, b},∅ })

E-9

- Dado A = {5}:

9.1 Hallar P (P(A))

|A| = 1; |P (A)| = 2^1= 2 **P (A) =** {∅, {5}}

♣P (A)| = 2; |P (P (A))| =.2^2= 4 **P (P (A))** = **{**∅, {∅}, {{5}}, {∅, {5}}}

9.2 Determinar el valor de verdad de las siguientes expresiones:

a) 5 ∈ P (P (A)) Falso; no figura en el listado de P (P (A))= {∅,{∅},{{5}},{{∅, 5}}}
b) ∅ ∉ P (A) Falso; ∅ figura en el listado de P (A) = {∅, {5}}
c){{5}}∈ P (P (A)) Verdadero; figura en el listado de P (P (A))
d) {5} ⊆ P (A) Falso; no es elemento de P (P (P (A)))
e) P(A) ⊆ P (P(A)) Falso; no es elemento de P (P (P (A)))
P (P (P (A))) **=** **{**∅, {∅},{{∅}}, {{{5}}}, {{∅, {5}}}, **{**∅, {∅}}, {∅, {{5}}}, { ∅, {∅, {5}},{{∅}, {{5}}},{{∅},{∅, {5}}}, { {{5}}, {∅, {5}}} , {∅, {∅}, {{5}}},{ ∅, {∅}, {∅, {5}}} ,{ ∅, {{5}}, {∅, {5}}} , {{∅}, {{5}}, {∅, {5}}},**{**∅, {∅}, {{5}}, {∅, {5}}} }

E-11

Realizar las siguientes operaciones con los conjuntos definidos en el **E-1**:

(A ∪ B) – C; (C ∩ B) ∪ A; E ∪ A ; (A ∪ C) ∩ E; (A Δ E) – B; D^C

(A ∪ B) – C = ({2,4,6} ∪ {6,4,2,6}) – {1,0,3} = { 2,4,6}

(C ∩ B) ∪ A = ({1,0,3} ∩ {6,4,2,6}) ∪ {2,4,6} = ∅ ∪ {2,4,6} = {2,4,6}

E ∪ A = {6} ∪ {2, 4,6}= {2, 4,6}

(A ∪ C) ∩ E = ({2,4,6} ∪ { 1,0,3}) ∩ {6} = { 2,4,6,1,0,3 } ∩ {6} = {6}

(A Δ E) – B = (A-E) ∪ (E-A) – B = ({2,4,6} – {6}) ∪ ({6} – {2,4,6}) – {6,4,2,6} = ({2,4} ∪ ∅) - {6,2,4,6}= ∅

D^C = Complemento de D = Z – {-1, 0,1}

E-13

Sean los lenguajes $L_1= \{10, 11,110\}$ y $L_2= \{1010, 0, 1, \lambda, 11\}$ definidos con el alfabeto binario
$V= \{0,1\}$, calcular:
$L_1 \cup L_2$; $L_1 \cap L_2$; $L_1 - L_2$; $L_2 - L_1$; L_1^C

$L_1 \cup L_2 = \{10, 11,110, 1010, 0, 1, \lambda\}$
$L_1 \cap L_2 = \{11\}$
$L_1 - L_2 = \{10,110\}$
$L_2 - L_1 = \{1010, 0, 1, \lambda\}$
$L_1^C = L_1^* - L_1$

E-15
-¿Qué podes decir de los conjuntos A y B si se sabe que
15.1 $A \cup B = A$?
Para que $A \cup B = A$ se debe cumplir que $B \subseteq A$
15.2 $A - B = A$?
Para que $A - B = A$ se debe cumplir $A \cap B = \varnothing$
15.3 $A \Delta B = A$?
$A \Delta B = (A-B) \cup (B-A)= A$ por lo tanto $B = \varnothing$

Producto Cartesiano: definición, propiedades.

Página 21 de la guía de ejercicios

E-17
Sean los conjuntos $A= \{-2,-1\}$; $B= \{x \in N / 1 \leq x \leq 3\}$ y $C= \{a, b\}$
Hallar AxC; CxA; AxBxC; A^2; C^3

AxC= {(-2;a),(-2;b),(-1;a),(-1;b)}
CxA= {(a;-2),(a;-1),(b;-2),(b;-1)}
AxBxC={(-2;1;a),(-2;1;b),(-2;2;a),(-2;2;b),(-2;3;a),(-2;3;b),(-1;1;a),(-1;1;b),(-1;2;a), (-1;2;b), (-1;3;a),(-1;3;b)};
A^2= {(-2;-2),(-2;-1),(-1;-2),(-1;-1)};
C^3={(a;a;a),(a;a;b),(a;b;a),(a;b;b),(b;b;b),(b;b;a),(b;a;b),(b;a;a)}

E-19
Sean los conjuntos $A= \{-2,-1\}$; $B= \{x \in N / 1 \leq x \leq 3\}$ y $C= \{a, b\}$
Hallar:

a) A x C b) C x A c) A x B x C d) A x (B x C)
e) (A x B) x C f) A^2 g) C^3

¿Qué conclusiones sacás de los puntos c, d y e?

a) A x C= {(0;2), (0;4), (-1;2), (-1;4)};
b) C x A= {(2;0), (2; -1), (4;0), (4; -1)};
c)A x B x C={(0;1;2),(0;1;4),(0;2;2),(0;2;4),(0;3;2),(0;3;4),(-1;1;2),(-1;1;4),(-1;2;2),(-1;3;2),(-1;3;4),(-1;2;4)};
d) A x (B x C) ={(0;1;2), (0;1;4), (0;2;2), (0;2;4), (0;3;2), (0;3;4), (-1;1;2), (-1;1;4), (-1;2;2),(-1;3;2),(-1;3;4),(-1;2;4)};
e) (A x B) x C ={(0;1;2), (0;1;4), (0;2;2), (0;2;4), (0;3;2), (0;3;4), (-1;1;2),(-1;1;4),(-1;2;2),(-1;3;2),(-1;3;4),(-1;2;4)};
f) A^2= {(0;0),(0;-1),(-1;0),(-1;-1)};
g) C^3= {(2;2;2),(2;2;4),(2;4;2),(2;4;4),(4;2;2),(4;2;4),(4;4;2),(4;4;4)};
h) El producto cartesiano cumple con la propiedad asociativa.

Términos clave
Conjuntos

Conjunto: una colección de objetos distintos

Elemento, miembro de un conjunto: un objeto del conjunto

∅ (Conjunto vacío): el conjunto que no tiene elementos

U (conjunto universal): el conjunto que contiene todos los objetos bajo consideración

S = T (igualdad entre conjuntos): S y T tienen los mismos elementos

S ⊆ T (S es un subconjunto de T): todo elemento de S es también un elemento de T

Conjunto finito: un conjunto con n elementos, donde n es un entero no negativo

Conjunto infinito: un conjunto que no es finito

│S │ (cardinal de S): el número de elementos distintos de S

P(S) (el conjunto de las partes de S): el conjunto de todos los subconjuntos de S

A U B (la unión de A y B): el conjunto que contiene aquellos elementos que están al menos en uno de los dos conjuntos A y B

A ∩ B (la intersección de A y B): el conjunto que contiene aquellos elementos que están tanto en A como en B

A - B (la diferencia de A y B): el conjunto que contiene aquellos elementos que están en A, pero no en B

$\overline{A}$ (el complemento de A): el conjunto de elementos del conjunto universal que no están en A

A Δ B (la diferencia simétrica de A y B): el conjunto que contiene aquellos elementos en exactamente uno de los conjuntos A y B

Operaciones entre Hileras y Lenguajes: concatenación, inversión, unión, intersección, diferencia y clausuras.

Página 23 de la guía de ejercicios

E-23

Dado el alfabeto V = {a, b} , hallar $|V|$, V^0, V^1, $|V^0|$, V^*, V^+

$|V|=2$, $V^0=\{\lambda\}$, $V^1=\{a,b\}$, $|V^0|=1$,
$V^*=\{\lambda,a,b,a^2,ab,ba,b^2,aab,a^3,abb,aba,b^3,baa,bba,\ldots\}$,
$V^+=\{a,b,a^2,ab,ba,b^2,aab,a^3,abb,aba,b^3,baa,bba,\ldots\}$

E-25

Dadas x = abb e y = acd calcular las siguientes hileras y dar sus longitudes:

a_1) xy a_5) $x^2\lambda^3y^2$
a_2) λx a_6) $(xy)^2$
a_3) λy a_7) y^Rx^R
a_4) $x\lambda y$

a_1) xy = abbacd; a_2) $\lambda x = x$ = abb; a_3) $\lambda y = y$ = acd; a_4) $x\lambda y = xy$ =abbacd; a_5) $x^2\lambda^3y^2 = x^2y^2$ = abbabbacdacd; a_6) $(xy)^2$ =abbacdabbacd; a_7) y^Rx^R =dcabba

E-27

Sea el vocabulario V = {a, b, c} y los lenguajes $L_1 = \Delta$, L_2 = {ac, ba}, L_3 = {aba, aca}.Hallar:

$L_3{}^2$; $L_2 \cup L_3$; $L_2 L_3$; $L_1{}^0$; $L_2{}^R$; $L_3{}^0$; $L_3{}^R$

L_3^2 = {abaaba, abaaca, acaaba, acaaca}; $L_2 \cup L_3$ = {ac, ba, aba, aca}, $L_2 L_3$= {acaba, acaca, baaba, baaca}, $L_1^{\,0} = \{\lambda\}$, $L_2^{\,R}$ = {ca, ab}, $L_3^{\,0} = \{\lambda\}$, $L_3^{\,R}$ = {aba, aca}

E-29

Dados los lenguajes A = {a, ab, aa}, B = {cab, bac, cc} y el alfabeto V = {a, b, c} y E = $\{\lambda\}$, Calcular AB, VA, E^{96}

AB = {acab, abac, acc, abcab, abbac, abcc, aacab, aabac, aacc}, VA= $\{a^2, a^2b, a^3, ba, bab, ba^2, ca, cab, ca^2\}$; $E^{96} = \{\lambda\}$

E-31

Indicar el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones

a) $\Delta \neq \varnothing$

b) $|\Delta| = 1$

c) $\Delta L = L\Delta = L$

d) $L\varnothing = \varnothing L = \varnothing$

e) $\Delta^0 = \Delta$

f) $\Delta^* = \Delta$

g) $\varnothing^0 = \Delta$

h) $\varnothing^* = \Delta$

i) $L \subset L^*$

j) $\Delta \subseteq L^*$

k) $\left|\bigcup_{k=0}^{3} \{a,\ b\}^k\right| = 7$

l) $\Delta L = L\Delta = \varnothing$

a) **Verdadero**, $\Delta = \{\lambda\}$; b)**Verdadero**, $|\{\lambda\}| = 1$; c)**Verdadero**, Δ elemento neutro de la concatenación de lenguajes; d) **Verdadero**,$\varnothing$ elemento absorbente de la concatenación de lenguajes; e) **Verdadero**, la potencia cero de cualquier lenguaje es Δ; f)**Verdadero**,

$$\Delta^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \Delta^i = \Delta^0 \cup \Delta^1 \cup \Delta^2 \cup \ldots = \{\lambda\}^0 \cup \{\lambda\}^1 \cup \{\lambda\}^2 \cup \ \ldots = \{\lambda\} = \Delta;$$

g) **Verdadero**, la potencia cero de cualquier lenguaje es Δ; h) **Verdadero**,

$\varnothing^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \varnothing^i = \varnothing^0 \cup \varnothing^1 \cup \varnothing^2 \cup \ldots = \{\lambda\} \cup \{\lambda\} \cup \{\lambda\} \cup \ \ldots = \{\lambda\} = \Delta$;i) **Verdadero**, por definición de L^* ; j)**Verdadero**, $\lambda \in L^*$;k)**Falso**, $\left|\bigcup_{k=0}^{3} \{a,\ b\}^k\right| = 14$;l)**Falso,** $\Delta L = L\Delta = L$

E-33

33.1. Para los siguientes lenguajes hallar la clausura de Kleene y la clausura positiva: el lenguaje vacio; el lenguaje nulo; $L_1 = \{\lambda, 4\}$ y L_2 = {42, 24,2} lenguajes sobre un alfabeto V.

33.2. ¿La concatenación es cerrada en L_1?

33.1. $\varnothing^*=\{\lambda\};\varnothing^+ = \varnothing$; $\Delta^*=\Delta^+= \{\lambda\}$; $L_1{}^*= L_1{}^+ = \{\lambda,4,44,444,4444,\ldots\}=\{4^n;n \geq 0\}$;
33.2. Falso.